GILLES CHATELET

# L’enchantement du virtuel

JE VAIS VOUS PARLER UN PEU DU VIRTUEL et de ce que j’ai appelé « l’enchantement du virtuel », formule provocatrice. C’est beaucoup plus ambigu que cela ne paraît. Ce n’est pas du tout « enchanteur ». Je vais essayer simplement de dégager comment la virtualité permet d’intervenir dans la construction des concepts physico-mathématiques. Je me restreins à ce domaine (qui est déjà considérable !), avec quelques exemples seulement. Pourquoi la virtualité est-elle liée à la physique mathématique ? Je vais expliquer très brièvement comment j’en suis venu là.

Rappelons que la métaphysique d’Aristote distingue deux types d’êtres : les *êtres mathématiques* qui sont dans l’éternité et qui n’ont pas d’existence par eux-mêmes [1] ; à l’extrême opposé, les *êtres physiques* qui, eux, ont une existence séparée, mais ne sont pas éternels. Donc on a deux natures qui s’affrontent, une nature mathématique et une nature physique. Et pourtant la physique mathématique a été construite, elle est possible, et de plus elle fonctionne, et même très bien. Avec Aristote, il y avait la théologie : les natures mathématiques étaient là, les natures physiques étaient là et vous aviez des êtres au-dessus, d’un ordre supérieur, qui permettaient d’assurer la cohésion des deux choses. Sinon c’est le chaos. Seule, il faut bien le dire, la civilisation occidentale a compris qu’on peut maîtriser ce chaos qui résulte de la confrontation des êtres physiques et des êtres mathématiques. En tout cas, il faut voir là un enjeu métaphysique tout

Ce texte a été rédigé d’après l’exposé du 3 juin 1986 au Collège International de Philosophie.

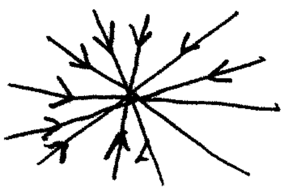
1. Ils ne sont pas « séparés ».

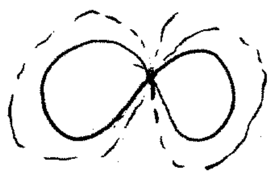
à fait fondamental ; en quoi cela intéresse-t-il la virtualité, je vais le dire tout de suite.
Je vais centrer la chose. Un tout petit concept comme la virtualité engage tous les rapports entre la physique et les mathématiques.
Il y a bien sûr cette « épistémologie » qui rôde, qui voit les mathématiques comme étant « abstraites ». Quand j'entends cela, ça me fait bondir au plafond, les mathématiques « abstraites » ! Ce que ce terme peut avoir l'air odieux. Abstrait ! La physique, elle, serait concrète, étant censée s'appliquer, être dans la nature, dans le réel. Je résume un peu les banalités que les gens racontent sur ce domaine.
En fait si on regarde comment se construisent les grands concepts de la physico-mathématique, on voit que ce n'est pas du tout comme cela que ça fonctionne. Effectivement, si on regarde constamment deux êtres l'un en face de l'autre : des êtres qui relèveraient de l'esprit, qui seraient les êtres mathématiques, construits avec la seule intelligence ; d'autre part les êtres physiques qui seraient complètement transcendants, déjà complètement immergés dans l'actuel, il y a nécessairement un paradoxe. C'est consternant ! on est pris dans un dilemme.
Pour Aristote l'espace abstrait n'existait pas, c'était simplement l'espace « entre » les choses. À partir du moment où une théologie était possible, qui groupait les deux ordres d'êtres, l'espace n'avait pas à être un espace abstrait, tel que nous le connaissons. C'était simplement immergé entre les choses, déjà actualisé. Donc pour arriver à faire une physique mathématique, il fallait d'abord construire un espace abstrait, homogène, dans lequel pouvaient ensuite s'immerger les choses. La physique mathématique implique déjà l'obligation de construire un espace abstrait pour arriver à dire quelque chose. Que les êtres physiques ne soient pas complètement transcendants et que déjà la géométrie « apprivoise » (2) les êtres physiques, ça c'est la grande idée de Galilée. Et ce n'est pas du tout une hypothèse au sens d'une « hypothèse de travail », c'est un *coup d'audace,* (il dit cela sur un ton extrêmement violent) il a raison car c'est un coup d'état. Il dit, je le transcris en termes modernes : de toutes façons, s'il y a un espoir, si on veut garder l'intelligibilité en disloquant la méta-

2. Le véritable scandale galiléen : Géométrie et Physique sont homologues. Bien plus important que la terre qui tourne !

physique d'Aristote, il faut qu'il y ait une espèce de rapport entre la genèse des concepts mathématiques et celle des concepts physiques.

Alors comment s'inscrit la virtualité là-dedans ? Je vais aller très vite en passant à Leibnitz, car je crois que c'est Leibnitz qui a compris tout l'enjeu de cette virtualité. Où en était-on à ce moment-là ? Il y avait les « Cartésiens », mais subsistait encore une sorte de domination de la « géométrie », prise dans son mauvais sens, au sens des figures, des choses fixes comme points dans l'espace. (Même si à l'époque de Descartes c'était un progrès considérable !) Mais en tous cas Leibnitz dit « ça ne va pas parce que les sphères ne brûlent pas » ; ça paraît idiot mais c'est génial. Effectivement les sphères ne brûlent pas. Les points, ça ne pèse rien ! Leibnitz considère que le cercle ce n'est pas une chose qui est immergée dans un espace, ce n'est pas un ensemble de points comme on le définit dans les manuels. Il dit qu'au fond les points, ce sont déjà des sources de choses. Il faut les comprendre, mathématiquement même, comme des créateurs de *« possibilités »*. Je préfère le terme de *virtuel.* Un point, pour Leibnitz c'est l'intersection de droites. Il avait déjà tout à fait l'idée du dualisme projectif. *Il veut faire vivre ces points ! :* les sphères commenceront à brûler ou les points commenceront à peser si on sait les capter correctement, non comme des « figures géométriques », mais bien comme des *puissances d'explosion.* C'est ainsi qu'il faut comprendre le calcul différentiel. Pour Leibnitz et pour les géomètres algébriques modernes, une figure, je prends une courbe par exemple (quelqu'un qui ne connaît pas les maths voit ça comme un dessin), on y voit tout de suite un croisement et une possibilité d'organiser la structure à partir de ce croisement. Les



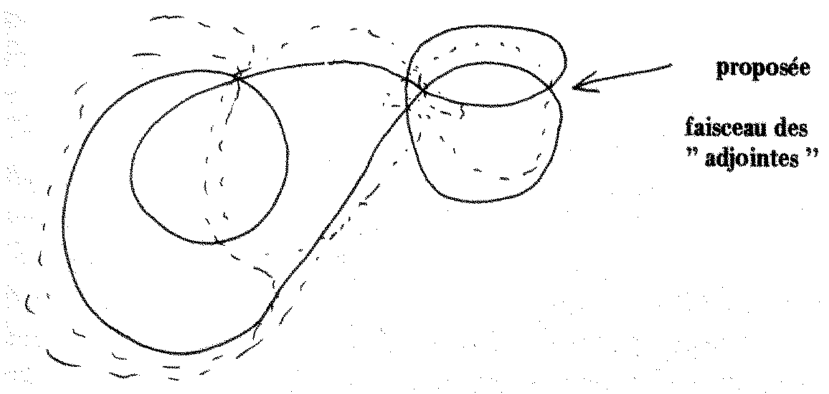


points ne sont plus des points en tant qu'ils sont le résultat d'une *désignation* une manière de *pointer une chose ;* la *désignation assassine toute virtualité…* au moment même où j'ai désigné la chose ; ce qui est très drôle dans la désignation c'est qu'effectivement il y a un côté sensible, quelque chose d'extrêmement riche et en même temps d'extrêmement pauvre : à partir du moment où j'ai désigné un point, tout est dit. *« J'en ai trop dit ! »* Il doit y avoir une théorie du texte assez proche… Il y a un roman de la géométrie à écrire.

Le point ce n'est pas effectivement seulement une manière de désigner, pour un géomètre algébriste (et cela va expliquer après comment la physico-mathématique est possible), c'est un quotient de polynome… etc. Systématiquement comme le comprend Leibnitz c'est une manière de voir cela (la géométrie) comme des puissances de mouvement, des puissances d'explosion. Les points sont des puissances d'explosion de droites, des intersections de droites, et d'un point de vue moderne dans la géométrie algébrique, ces points-là sont des intersections de courbes.

J'ai l'air de dévier si je parle d'Abel mais c'est lié à cette histoire de points de Leibnitz. Abel a démontré un grand théorème, (les mathématiciens disent que c'est génial). Si on regarde profondément la démonstration, on voit que c'est tout à fait lié à ce genre d'idées.

Pour Abel, il s'agit d'une courbe quelconque et pour étudier un certain nombre d'intégrales (les relations entre des intégrales prises sur la même courbe), je ne vais pas rentrer dans le détail, c'est quelque chose de compliqué, il ne considère plus la courbe comme étant fixée, (on disait « proposée », c'est prodigieux !), il ne voit plus la courbe comme proposée mais *comme puissance à recevoir des intersections,* ce qu'on appelle des faisceaux de courbes (tout le monde connaît les faisceaux de cercles, je ne vais pas revenir là-dessus !). Mais cela n'est jamais enseigné dans les manuels au lycée. Moi je me rappelle très bien, en « taupe », on dit : vous avez un cercle, des figures, des ensembles de points, c'est la façon dont c'est enseigné maintenant même, des ensembles de points dans le plan, etc. Eh bien là, il y a des quantités de choses qui sont justes et en même temps qui déforment l'esprit. On voit cela comme un ensemble, quelque chose qui a un côté *amorphe* et abstrait (effectivement j'ai été très méchant avec le mot « abstrait », ici c'est « abstrait » au sens où on a littéralement *soutiré* la détermination, ce qui par conséquent laisse une espèce de cadavre !). Cette courbe, le mathématicien en sortira telle équation mais n'en sortira pas le théorème d'Abel qui, lui, voit cette courbe comme une possibilité de faire passer des faisceaux de courbes à travers eux.




Je ne donne pas du tout la raison des choses, mais en tous cas retenez cette idée extraordinaire de provoquer, *de démanger la courbe.* La courbe « proposée », c'est celle-là et voilà la courbe « adjointe » ou le faisceau de courbes adjointes. Démanger les courbes, il y a vraiment provocation, provocation rationnelle. En quoi cela m'intéresse particulièrement, c'est que j'essaie de couvrir comme Bachelard, le rationalisme qui accompagne la physique mathématique, et je crois que c'est un des secrets de la chose, effectivement cette manière qu'a la mathématique, de façon complètement *expérimentale,* de *gratter* certains points, qu'on appelle des singularités. Il faut vraiment comprendre comment les *objets naissent de cette démangeaison.* Et je crois que c'est là.
Cette manière de démanger les êtres les plus abstraits est en fait une espèce de schème expérimental « physique ». Par conséquent, dans ce cas, la physique mathématique est possible puisqu'effectivement c'est la même démangeaison. Il ne s'agit pas de dire que la mathématique, « c'est abstrait » et que la physique on peut la comprendre ensuite a posteriori. Pas du tout ! Ce que je prétends, c'est qu'effectivement, il y a une manière de démanger le réel mathématique avec les singularités, comme je l'ai expliqué là systématiquement, en considérant telle courbe comme *une puissance de choses à croiser* (des tas de courbes qui se déforment et un certain nombre d'invariants qui peuvent subsister, par exemple).
L'idée directrice de ma recherche est la suivante : essayer de montrer qu'il y a une *homologie rationnelle entre la*

*démangeaison, la provocation du « réel » mathématique et puis la provocation « expérimentale » de la physique.* En effet que fait la physique ? La physique des particules, par exemple, prend des particules, frappe, fait des collisions et provoque des apparitions, des émergences, des fulgurations. Puisqu'effectivement *on ne peut pas espérer faire une physique mathématique avec des choses « réelles », des choses qui sont déjà là.* Tout le sens commun a une vision a posteriori, actualisée des choses. C'est comme cela effectivement qu'on apprend la physique et la mathématique dans les classes et c'est comme cela que les enseignants retransmettent ce pathos, mais les gens qui cherchent ou les gens qui essayent de penser la physique mathématique, ce n'est pas du tout comme cela qu'ils procèdent, sinon on aurait constamment deux êtres qui se regarderaient comme des sphinx, comme des chiens en faïence, et là Aristote nous attend toujours au coin du tournant : pas de théologie, vous êtes foutus ! Effectivement, d'une part vous avez le réel en face et puis vous avez vous qui pensez dans votre coin ! C'est bloqué !
Alors pour faire peser les points et brûler les sphères ou pour faire des symphonies avec les courbes, il faut effectivement ne plus considérer les points comme étant dans le plan, mais étant déjà des puissances algébriques en quelque sorte. Je ne vais pas donner de détails, mais, en tout cas, c'est cela que feront certains plus tard qui considèrent le point ici, ce n'est plus un point x = 1 ou je ne sais quoi, justement ce n'est plus un x =, et voilà donc un point du cercle ! Quand j'ai dit cela, je n'ai plus qu'à aller me coucher. Quel intérêt d'avoir mis un x = ! J'ai un point « abstrait » du cercle, ça n'a strictement aucun intérêt. J'aurai dit vraiment des choses sur le cercle quand j'aurai construit des fonctions sur le cercle ou par exemple mis des sinus, quand je pourrai par exemple enrouler une droite sur un cercle avec le sinus, un point de vue constamment dynamique dans la mathématique, et par conséquent comme il y a cette dynamique, je dis, et cela c'est le coup d'audace de Galilée, que cette dynamique est en correspondance rationnelle avec la dynamique expérimentale de la physique, et là je crois avoir trouvé un levier pour comprendre la physique mathématique moderne.

Donc la virtualité… ce n’est pas le possible ! Dans le possible il y a encore un côté « abstrait » de considération « extérieure », de *gestion de l’« étant » mathématique* [3]. Quand Abel fait sa démonstration, il ne se pose pas la question de savoir si telle courbe croise telle autre, si c’est possible ou pas. De toutes façons il n’hésitera pas, quand il y a deux cercles qui sont disjoints, à dire qu’ils se coupent dans des points imaginaires. De toutes façons, quand ça ne se coupe pas, quand ce n’est pas possible, on crée le possible. Le mathématicien ne va pas se gêner avec le possible ou l’impossible, et d’ailleurs à la limite le physicien non plus. On le verra tout à l’heure. J’entends déjà les cris, « la physique c’est du réel », « Vous ne pouvez pas faire ce que vous voulez ». C’est l’argument du *réalisme odieux*, l’argument réactionnaire par excellence : « Vous n’êtes pas dans le réel, vous ignorez le réalisme. » Effectivement, il se trouve que tout ce qu’on a découvert jusqu’à présent, depuis la découverte du feu jusqu’au théorème d’Abel, à chaque fois c’est quelqu’un qui a eu l’idée de mettre en rapport deux choses et ce n’était pas dans le réel ! C’est cela qui est extrêmement difficile parce que les conservateurs vont me répondre tout de suite : dans ce cas-là vous vous fichez du réel, vous n’y êtes pas ! Non, il y a justement cette espèce de chose intermédiaire qui est utilisée en art ou dans la pensée, et dans la « vrai » politique et qui s’appelle *le virtuel*, et c’est une chose qui ne tient sa consistance que de lui-même, quelque chose d’extrêmement fragile, c’est une fragilité absolue, et c’est pour cela que c’est difficile à expliquer, difficile à comprendre, et en même temps c’est quelque chose *d’implacable.* Cette impression extraordinaire que *ça laisse une trace* et qu’on ne peut plus revenir après ; beaucoup plus que le réel ou le possible ; le réel, on a l’impression que ça change tout le temps, les hommes politiques, ça change tout le temps (les hommes politiques, c’est le réel typique !), il y a Giscard, il y a machin, effectivement c’est du réel, mais en même temps on a l’impression que ce n’est rien du tout. Mais dans le théorème d’Abel, cette courbe-là, depuis 1826, on ne peut plus la voir de cette manière. C’est irréversible ! il y a une *puissance irréversible dans le virtuel* [4], alors que le possible laisse toujours un sorte de côté

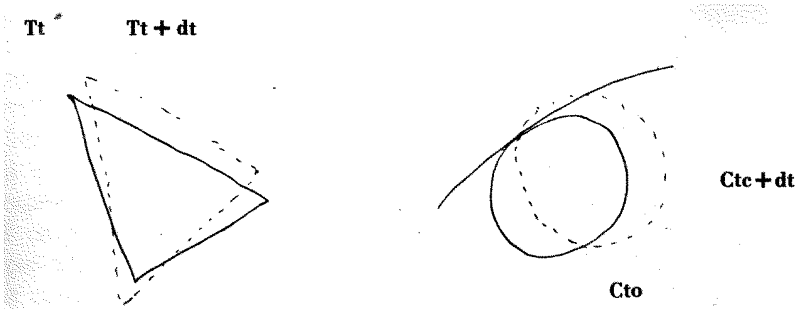
3. La virtualité permet de contourner la critique de Heidegger : la science moderne réduit l’Être à l’« étant ».

4. L’innocence « efficace » du virtuel !

*réversible,* il y a ambiguïté dans le possible. On a l'impression que le réel est irréversible, et en fait c'est la chose la plus réversible qui soit, il y a des choses qui, effectivement, étaient pensées comme réelles à un moment donné et qui sont devenues complètement irréalistes ; alors que le virtuel avec son côté fragile, est une des choses les plus décisives, les plus *implacables* qui soient. Et c'est parce qu'il n'a pas peur des choses et il les fait exploser.

C'est Leibnitz qui a vu tout l'enjeu métaphysique, physique des mathématiques, puisqu'il a médité Aristote et qu'il a dit : oui, il faudrait quelque chose qui soit entre l'acte et la puissance. Là c'est une allusion directe aux cartésiens, puisque Descartes disait : qu'est-ce que c'est donc que cette phrase de ce pauvre Aristote : « le mouvement est l'acte en puissance en tant qu'il est (encore) en puissance » et Descartes dit : moi je n'y comprends rien, ce n'est pas « clair » ! La clarté de Descartes peut être odieuse et Leibnitz avait très bien compris ce que voulait dire Aristote. Il a médité cette histoire de premier moteur, qui peut se comprendre comme une pensée de la virtualité. Le premier moteur est quelque chose qui est complètement immobile et qui, en même temps, est l'essence même de la motricité. C'est une chose qui est avant *toute dissipation de puissance,* toute actualisation, qui peut mouvoir *tout* précisément parce qu'il ne se meut pas, parce qu'il ne se déplace pas. Il y a une espèce de perfection de la sagesse dans le premier moteur (qui est probablement le concept central d'Aristote) qui est à la fois un concept éthique, métaphysique et physique et Leibnitz a pris cela très au sérieux et n'a pas du tout dit que c'était du délire de vieux Grec. La notion de calcul différentiel est un instrument typique de premier moteur. Effectivement. Le premier moteur n'est pas une chose qui se déplace, il faut saisir cette espèce de nouveau caractère ; quand un concept métaphysique s'inscrit dans une grande révolution scientifique, on peut dire que ça correspond toujours à une *précipitation* de la métaphysique et non pas *contre* la métaphysique. En effet le calcul différentiel n'a pas été inventé contre les choses mais au contraire comme une appréhension opératoire du Premier Moteur. Il faut dire que chez Leibnitz il y avait non seulement possibilité de calculer, mais par-dessus le marché il y avait toute une théorie méta-

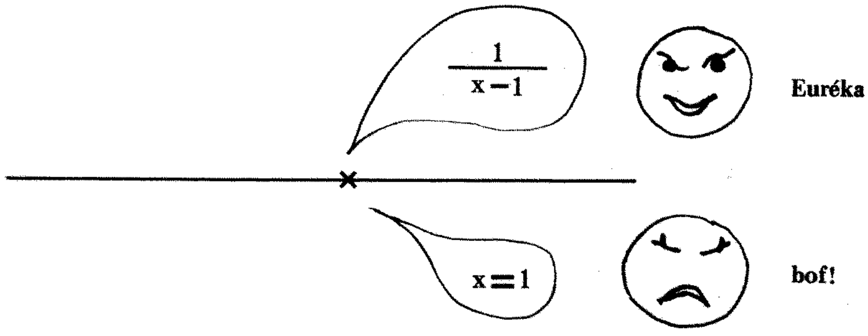
physique très cohérente. La virtualité ce n’était pas quelque chose comme ça en l’air !
Pourquoi cette histoire de premier moteur est-elle liée au calcul différentiel ? Pour Leibnitz, ce triangle, par exemple, ce n’est plus ça, il veut le voir comme quelque chose qui peut se déplacer infiniment peu. Mais justement, c’est là toute l’ambiguïté. C’est là où l’on voit comme les théories du réel et du possible sont absurdes, parce que d’abord un triangle qui se déplace infiniment peu ce n’est pas possible, ce n’est certainement pas réel non plus, et pourtant Leibnitz ne voit pas ce




triangle comme étant fixe mais il le voit comme bougeant « un peu ». Mais attention, c’est là l’erreur classique qu’on fait dans l’enseignement, en général, « pour faire comprendre » soi-disant ! D’ailleurs c’est extrêmement curieux à quel point cette notion de virtualité est massacrée dans l’enseignement, cela consiste à rabattre un concept extrêmement subtil comme la virtualité sur des catégories d’actualisation, de réel et de possible : on dit toujours, oui il faut voir ça comme un accroissement petit. C’est la pire erreur qui soit ! Il faut dire exactement le contraire : il faut dire que le *triangle n’existe qu’en tant qu’il y a des triangles virtuels autour de lui.* Le triangle n’existe pas en tant que figure rigide comme signe perché dans l’espace mais il existe en tant que mobile. Ce n’est pas une position, ce n’est pas un x = 1, il n’existe qu’en tant qu’il y a des triangles infiniment proches et c’est toute la génération des concepts de la géométrie différentielle, comme par exemple pour la courbure. À ce moment-là il y a une floraison de choses qui correspondent à cette inscription de la catégorie métaphysique du virtuel. Les cercles infiniment voisins… Il faut attendre le début du XIXe siècle pour que les infiniment petits soient maîtrisés en métaphysique (c’est exaspérant cette situation d’une chose qui est sans être et qui existe par son évanouissement) (5). L’élément

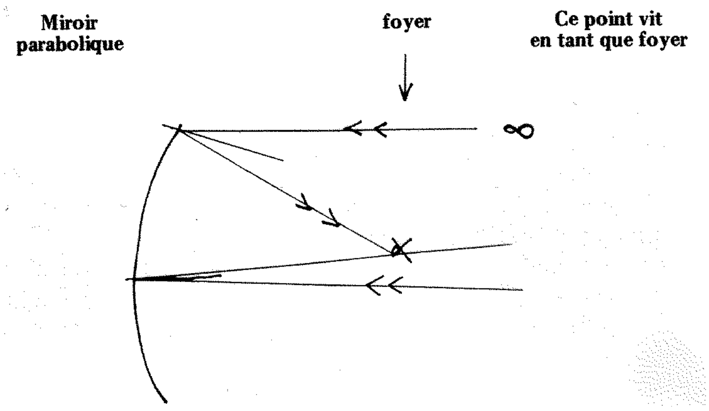
5. Cf. Hegel : Science de la logique (Théorie de la Quantité).

différentiel n'existe qu'en tant qu'il s'évanouit. Donc ce n'est plus une différence xl - x2 *posée,* c'est une chose qui est complètement différente du possible et du réel, qui est du virtuel, le Dx. Dans un certain sens, il y a ce paradoxe qui veut que le virtuel soit ce X, il y a bien quelque chose de profondément interne au point, mais justement en tant que c'est interne, ce n'est pas un point pris comme x = 1, mais comme une petite flèche qui est là, qui jaillit du point : c'est une fulguration.

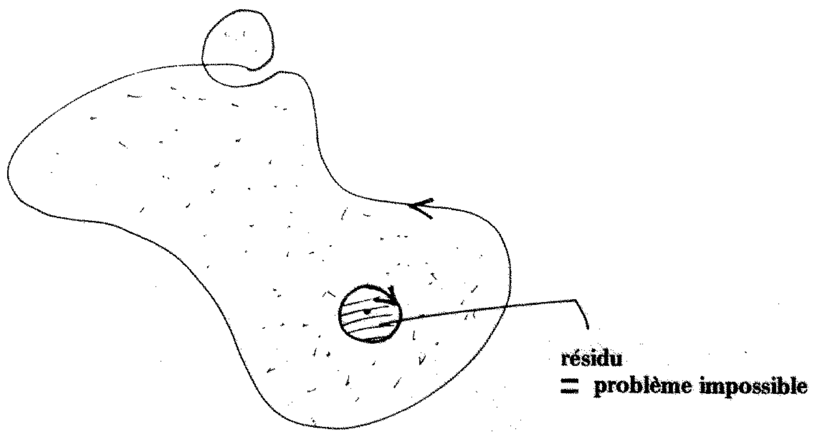



Et c'est en quoi la théorie des monades a un rapport direct avec le calcul différentiel. Effectivement, pour Leibnitz, les monades ne sont pas des points ou des atomes, il les appelle des « points métaphysiques », ce qui est prodigieux. Ce ne sont pas des entités en elles-mêmes, mais elles existent comme des intersections de points de vue et il y a quelque chose de profondément vivant dans la monade.
Quand je prends un point x = 1 par exemple, il y a une science en mathématiques qui s'appelle l'analyse fonctionnelle. Les mathématiques, ce n'est pas du tout la théorie des ensembles, je définis 1, je pose ça, c'est terminé, je n'ai plus qu'à crever ! Par contre, le monsieur qui fait de l'analyse fonctionnelle, dira : ce point-là n'est rien en tant que tel, ce qui m'intéresse c'est $\frac{1}{x-1}$. C'est *le point comme pôle.* Je ne triche pas du tout. Vous allez me dire qu'il ne s'est rien passé du tout alors que *tout* s'est passé là. Pourquoi ? Parce que je ne dis plus x = 1, mais je forme ici, je condense l'impossibilité d'un problème. Effectivement $\frac{1}{x-1}$ quand x = 1, ce n'est pas défini, mais c'est ce qui fait vivre le point. Pratiquement, je crois que ma conférence tient là-dedans en fait. Elle tient au fait qu'un point n'est rien en soi, comme ça, pris extérieurement, mais que construire des mathématiques, c'est construire, en quelque sorte, une manière de faire « *fleurir les points » ;* de diffé-

rentes façons, on peut avoir une botanique de topologie algébrique ou une botanique d'analyse fonctionnelle. D'une certaine manière c'est une botanique où l'on peut faire des implants. (…) Mais il ne faut pas voir cela comme une espèce d'équivalence plate : quand on dit qu'à l'ensemble des points de la droite correspond l'ensemble des fonctions qui s'annulent en un point donné, ce n'est pas comme cela qu'il faut voir, il faut voir cela comme une nouvelle façon de prendre la virtualité de ce point, de prendre les virtualités et de les faire exploser. Et c'est ainsi qu'opèrent les mathématiciens (Abel). On dira que c'est un miracle… Comment ça se fait que ça s'incarne ? Mais quand on pense un peu à la chose, c'est bien évident, puisqu'effectivement quand je fais une expérience sur le réel, qu'est-ce que je fais ? Il faut que je m'intéresse à ce point. Mais je m'y intéresse vraiment. Je ne dis pas seulement que x = 1. Il faut que j'aie tout un processus expérimental qui détecte ce point. Le point n'est rien que l'ensemble des détections. L'objet qu'on a en face de soi, ce n'est jamais un objet « physique », ce n'est jamais un objet mathématique, c'est toujours un objet *physico-mathématique.* Et faire de la physico-mathématique c'est trouver une forme d'adéquation entre les virtualités mathématiques de la chose et les complexes expérimentaux avec lesquels je peux faire exploser ce point.




Prenons un autre exemple : je prends un point dans le plan. Ce point-là c'est rien, c'est vraiment rien en soi. Comment a fait Cauchy pour lui donner de l'importance ? Il a décidé que c'était important ce point-là. Eh bien, tout de suite il fait ça, il fait un circuit comme ça, et puis il imagine qu'on a enlevé le point, et puis il tire, ça va se resserrer, c'est ce qu'on appelle la théorie des lacets, des résidus. Le point est un résidu. Effectivement le résidu c'est ça : c'est une manière de résister, le point n'est plus un point dans l'espace, *c'est une certaine manière d'empêcher des lacets de se refermer*. Ce n'est plus vu comme des positivités béates, mais au contraire comme des résistances.




CAUCHY (1789 - 1857)

Ma manière de radoter, qui est la seule façon de poser le truc, c'est savoir, quand j'ai un concept mathématique, qu'est-ce que j'ai provoqué pour le faire surgir. Les mathématiques, technique de surgissement de la virtualité. Pour Heidegger, mathemata, c'est une position fondamentale envers les choses. Effectivement la chose n'est rien et n'existe qu'en tant que je la provoque, que je l'exaspère, que je la rends exubérante. Un grand mathématicien en général ne s'arrête pas aux « objets », il sait les provoquer, les manipuler, les faire exploser. Il ne fait que ça d'ailleurs ! (C'est déjà beaucoup !). Il ne faut pas croire qu'en mathématique « on trouve des choses », qu'on « établit des vérités », ce n'est pas vrai. On fait surgir des virtualités. Et c'est pourquoi la physique mathématique est possible.

Quelques années après, que font messieurs Oerstod et Ampère ? Ils considèrent un fil dans l'espace et font tourner l'aiguille autour du fil ! Je crois que tout le monde a compris ! Le fil, si je le retire, si j'ai un autre lacet qui est là, en tirant je ne pourrais pas l'enlever. Autrement dit Ampère et Oersted pensent qu'il y a des théorèmes de résidus « électriques ». Ce n'est jamais dit comme ça dans les manuels, je reconnais. La théorie des circuits électromagnétiques d'Ampère, c'est vraiment cela, il y a des tubes et des choses qui tournent autour de tubes, mais évidemment ce n'est pas un hasard si avant il y avait la théorie de Cauchy sur les résidus. Toutes les théories électromagnétiques du XIX[e] siècle et une partie des études géométriques, toutes ces théories où effectivement vous avez des trous, toute cette théorie des trous avait été prévue par Leibnitz.

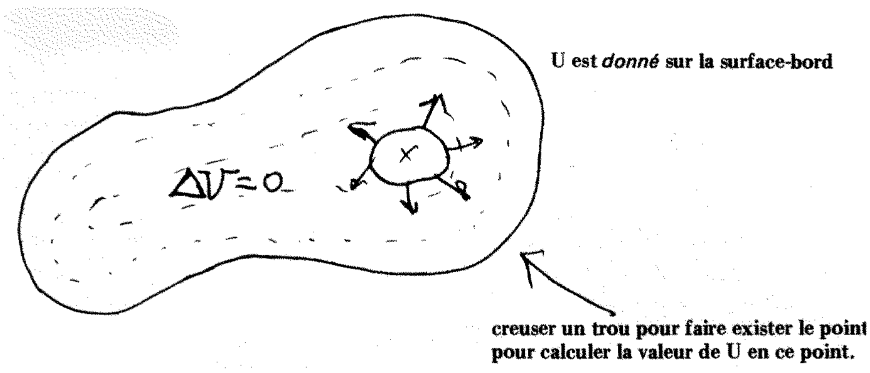
## Les deux points de Leibniz.

Pour Leibnitz, un point, ce n'est pas seulement une intersection de droites. Quand il voit deux points, tout de suite il dit : ça c'est une virtualité. Pour lui, deux points, ça n'existe pas comme ça. Ce n'est pas donné béatement, non, tout de suite c'est la possibilité (je dis bien la possibilité car du coup c'est du domaine de l'actuel) de remplir ça avec un objet comme ça. (Intervalle)

intervalle

Alors maintenant, on comprend pourquoi les particules ce ne sont plus des petites masses comme ça, mais effectivement ce sont des *résidus.* Les particules de la physique mathématique maintenant sont des résidus de choses, des explosions topologiques. Mais ce n'est pas par je ne sais trop quelle fantasmagorie. Le problème de l'épistémologie vulgaire, c'est qu'effectivement on dira : c'est très compliqué parce qu'il y a le calcul algébrique et que paradoxalement les théories les plus arbitraires « semblent s'appliquer aux particules » ! On ne comprend pas le calcul algébrique comme étant une manière de poser des problèmes de trous, on le voit simplement comme quelque chose de donné et on voit les particules comme des petits points matériels, on a des images complètement fausses, des représentations de sens commun, qui cherchent toujours à tirer vers le bas, une régression épouvantable, à ramener dans le « faire comprendre » qui engendre une débilité profonde. J'ai entendu des profs de fac dire que le spin c'est l'électron qui tourne sur lui-même. Pas du tout. (…)

Vous savez qu'il y a un théorème de Gauss qui dit que (électrostatique) le potentiel de ce point est déterminé par ce qui se passe sur la surface. Vous avez un potentiel ΔU = O, en fait, la valeur ici ne dépend que de la valeur sur la surface. Le grand miracle, et c'est valable aussi pour une courbe dans le plan, si on a des fonctions telles que ΔU = 0, eh bien la valeur en ce point-là est complètement déterminée par la valeur de la fonction. Et comment on démontre ça ? Le point que je choisis là, c'est moi arbitrairement qui l'ai choisi. Il n'est rien que par moi. C'est moi qui décide de son existence comme ça donc, effectivement je pourrais rester des siècles en face de ce point, ça ne ferait rien. Et l'idée géniale de Poisson, c'est de le faire vivre, ce point. Il a fait sa petite greffe. Il trace un cercle autour du point et puis il retire. Qu'est-ce qui se passe quand on retire ? Eh bien précisément après il y a un calcul très simple parce que quand on a retiré ça a fait un trou. Cette méthode – qu'on appelle la chirurgie – consiste à littéralement démanger, faire des effets de prurit, de virtualité.

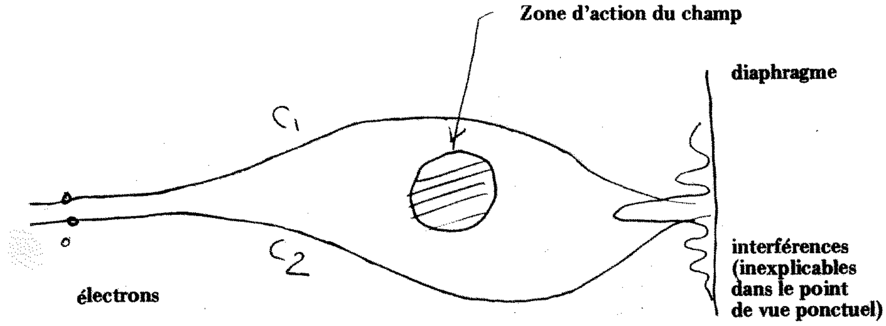



Alors évidemment la physique ! La nature fait apparaître les objets comme ça. Et je crois que c'est comme ça qu'il faut voir la physique mathématique. Puisque les objets physiques, c'est pareil, ils sont construits, ils sont provoqués. Si effectivement (dans le cas de Cauchy et d'Ampère je pense l'avoir montré de façon claire) les provocations sont en double correspondance homologique, eh bien on a une provocation physico-mathématique et ça donnera un très grand théorème. À chaque fois ça marche. Tout le monde commence à percevoir cette puissance du virtuel. Le virtuel c'est une *certaine manière de capter la négativité mais d'une façon complètement créatrice.* Il n'y a pas de côté destructeur de la négativité, ce côté « empêcheur-de-tourner-en-rond », il y a justement au contraire cette puissance de provocation. En tout cas, manifestement, dans le cas de la physique mathématique, j’ai bien pris soin de prendre des exemples relativement simples et extrêmement précis, je n’ai pas du tout fait de la « métaphysique » mais j’ai pris des objets et j’ai montré que ces objets ne sont pas donnés comme ça (même certains mathématiciens seraient réticents à comprendre cela), quand je prends le point x = 1, je peux rester des siècles devant x = 1, mais l’analyse fonctionnelle commence au moment où je dis que le point n’existe qu’en tant qu’il est pôle de. Évidemment c’est une vérité de La Palice ! Mais tout commence là et tout n’est que là. Cela montre aussi que la virtualité n’est pas du domaine de la déduction logique mais il n’empêche que j’ai l’impression de conditions profondes quand dans un certain sens j’ai plus ou moins fait exploser toute la virtualité que je soupçonnais là.

Je ne vais par parler des particules virtuelles parce que je n’ai pas encore établi clairement comment elles sont traitées physico-mathématiquement. C’est extrêmement difficile.

Ce que j’ai horreur de faire, c’est donner une « prestation informative », une prestation scientifique pour « faire comprendre ». Je trouve beaucoup plus important que l’on comprenne cela, puisqu’effectivement vraiment la question c’est de savoir comment se fait-il que la physique, que les « mouvements réels » *viennent toujours de principes virtuels.* Et je dis que le physicien mathématicien c’est celui qui précisément parvient à déceler un certain type d’homologie, qui non seulement décèle mais force la situation pour voir que la provocation rationnelle mathématique est exactement identique, d’une certaine manière (et c’est ce « d’une certaine manière » qui est important) à la « provocation expérimentale ».

Par exemple le microscope, c’est extraordinaire, l’image est virtuelle. Vous savez comment ça fonctionne : il y a deux lentilles, il y a un objet, il ne faut pas croire qu’on a un objet réel quelque part qui est plus gros, pas du tout ! Il y a simplement un œil qui est là qui reçoit… C’est le fameux « tout se passe comme si ». Mais il se passe quelque chose. C’est très mauvais de dire « tout se passe comme si » parce que précisément ça ne fait pas comprendre le phénomène. Ça se passe comme si mais dieu merci ça ne se passe pas comme si non plus parce que si ça se passait comme ça, on n'aurait rien ! C'est un théâtre, une révélation, proche du romanesque. On a l'impression qu'il ne s'est pas vraiment passé quelque chose, ce point-là est toujours là mais pourtant il est apte à faire changer quelque chose et d'une certaine manière il y a déjà quelque chose.

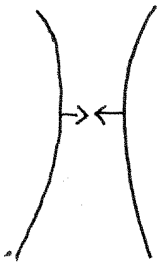



**impossibilité de déformer virtuellement les chemins $C_1$ et $C_2$, les électrons " reniflent " le champ.**

Prenons un autre exemple. Ici j'ai un champ magnétique B, des choses très concrètes, un aimant par exemple ; et ici j'envoie des faisceaux d'électrons ayant la même phase. Grossièrement disons que les phases sont des espèces de pendules, des petites flèches attachées là, ce ne sont pas des choses réelles, c'est une méthode de pensée, ça. Pour le mathématicien classique de la réalité, il fait passer quelque chose par ici, il fait passer quelque chose par là. Je vais vous montrer comment le virtuel est extrêmement puissant, vous allez voir pourquoi. D'un point de vue, comme on dit, géométrique (géométrie classique) rien n'est distinct. Si je suis en 1890 par exemple, avant l'invention de la topologie par Poincaré, si je fais ça, la vision canonique de la chose d'un point de vue géométrique (voyez à quel point la physique mathématique disloque les concepts, il n'y a pas de géométrie pure), je n'aurai rien, il ne se passera rien, il n'y aura pas d'événement. La physique c'est pareil ; si je vois ça comme des particules au sens de points matériels, il y aura des chocs ici, mais il n'y aura rien, il y aura une parfaite symétrie entre les choses. Et ce qui se passe réellement, si on fait l'expérience, ce qui se passe ce sont les interférences. C'est-à-dire que d'une certaine manière il y a eu dislocation des deux catégories, qu'on ne peut pas interpréter comme étant les catégories du possible et du réel puisqu'elles ne donneraient rien et qu'il n'y a pas d'événement dans ce cas-là. Par contre, si maintenant on comprend cela d'une façon virtuelle, il y a un événement. Effectivement, virtuellement, si j'imagine que je déforme (il faut tout de suite commencer à balayer les choses), cela, ce n'est pas possible. Mais ce n'est pas une catégorie géométrique au sens classique, c'est une catégorie de calcul algébrique par rapport aux situations. Ce n'est pas un rapport de figures (…). N'empêche que jusqu'en 1957 on ne savait absolument pas si (et cela c'est typique d'un concept important), il y a une chose qui s'appelle en physique le potentiel, et les physiciens disent alors $\vec{\mathbf{B}} = \mathbf{Rot}\,\vec{\mathbf{A}}$ ; pour les gens qui ne savent pas ce que c'est que Rot, disons que j'ai un vecteur ici qui s'obtient à partir de tripotages différentiels, ce n'est pas important, ce qui importe c'est qu'il y a une relation comme ça, une relation, comme disent les physiciens « purement mathématique ». Ce qu'ils croyaient ! Et pourtant ça les tracassait car les grands physiciens soupçonnent toujours l'enjeu des soi-disant astuces de calcul. Ils disent parfois : oui, j'ai introduit cela à des fins « purement mathématiques », c'est là qu'il commence à y avoir des polémiques. Ampère avait vu l'enjeu mathématique du potentiel. En tout cas on savait que si ça tournait autour d'un fil, il se passait quelque chose ! Mais on voulait savoir, c'était peu clair, si le potentiel avait un sens physique. Et il se trouve que la question est ni oui ni non. La notion de tourner autour ? Mais quand je parle de « tourner autour », quand je parle de déformation, ce ne sont plus des points, ce ne sont plus des séquences de points pris isolément, ce sont déjà des chemins, des cohésions, des trajectoires (des expériences de pensée). L'espace ici n'est plus un espace géométrique mais un espace qui est virtuellement rempli par les trajectoires. C'est tout à fait différent. Ce ne sont plus des points matériels comme ça pris en séquences discontinues ou point par point, où par un pur fantasme je déciderais effectivement que ce sont des points qui se balladent à l'instant T ou T'. Mais il s'agit de penser cela désormais comme un chemin virtuel ou comme des déformations virtuelles et à ce moment-là le concept de potentiel est un concept physico-géométrique et ce n'est pas un concept physique au sens où il aurait telle ou telle valeur.

Il n'existe pas par ses valeurs, *il n'existe que par ses différences.* La différence bien comprise n'est pas la différence au sens de la virtualité. Ce qui est extraordinaire c'est qu'à chaque niveau de virtualité, cela se dégrade en un possible et un réel, mais il y a toujours un écart à un moment donné, il y a un concept métastable qui crée une nouvelle zone de virtualité qui elle-même s'incarne. C'est là que se développe *toute une dialectique de la virtualité.*

Les particules virtuelles… Je peux quand même expliquer l'enjeu de la chose.



Force

Point de vue
diagramme classique

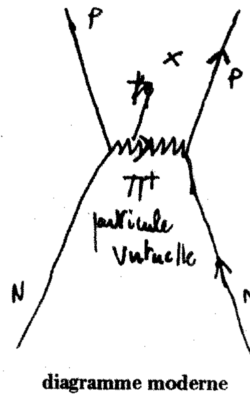



diagramme moderne

$\Delta E \Delta t \geq \hbar$

Alors ça c'est un neutron, ça c'est un proton, je suis en train d'écrire ce que l'on appelle le diagramme de Feynmann, une transformation de deux particules. Disons que je vais donner une information style « Science et vie », je n'aime pas tellement faire ça mais c'est vous qui me le demandez ! J'ai un neutron, il y a un proton, alors là vraiment je fais de la physique comme on fait en Taupe, et on interprète en disant que le neutron a émis un pion et l'on s'aperçoit évidemment que c'est fait de façon à respecter la charge ici. On dit que – c'est important pour en revenir à la virtualité – N et P sont des particules réelles, réelles au sens où elles sont bien là, effectivement on les a construites, elles sont massives, on ne peut pas les toucher mais en tout cas on peut les détecter et elles sont rentrées en interaction avec un autre système de particules, aussi N et P. Alors ce que je voudrais dire c'est qu'avant on disait il y a quelque chose qui se produit, il y a une force [6]. Et Leibnitz n'aimait pas cette conception de la force même si Newton l'employait. Cela a effectivement un côté occulte : il se passe des choses parce qu'il y a de la force. Si les théories fascistes s'appuient sur des théories de force, ce n'est pas un

6. Cf. La critique hégelienne comme « pure manifestation »

hasard. Pour le fascisme, la virtualité c’est le scandale, ce n’est pas « tangible » ; le fascisme ne comprend rien à la virtualité [7], donc pour lui l’événement est nié ; or il y a une impatience d’événement dans le fascisme, il faut qu’il se passe quelque chose à tout prix, c’est la théorie de la volonté. Donc il faut qu’il y ait une force qui soit incrustée quelque part. Paradoxalement on peut dire (ça restera entre nous) que la conception de la force de Newton implique une sorte de volontarisme d’implantation dans la matière. Il n’y a pas une compréhension de la matière par une tendresse virtuelle mais comme une implantation occulte. Et c’est très clairement dit par Leibnitz et Hegel (et ils avaient raison !). C’est très intelligent ce qu’ils racontent là-dessus et la critique que fera Einstein sur la conception de Newton est calquée sur ce que disent ces deux métaphysiciens. Puisqu’effectivement on a l’impression qu’on a, une fois de plus, écarté physique et mathématique entre deux transcendances hostiles et puis qu’on a implanté cette chose qui s’appelle la force et que ça marche très bien. Pour les classes, les « taupes » et la pratique habituelle, ça marche très bien, la force est bien commode. Seulement quand on regarde la mécanique, ça ne s’est pas du tout passé comme ça. En fait les grands théorèmes mécaniques ne parlent jamais de la force mais ils parlent de *vitesse virtuelle*. Lagrange qui s’inspirait directement de Leibnitz, a très bien compris que le secret de la matière, ce n’était ni dans la « force », ni dans la « réalité », bref dans les « forces réelles » (on ne les connaît jamais), mais par contre on peut toujours énoncer ce qu’on appelle le principe des vitesses virtuelles : et à ce moment-là le miracle c’est qu’une chose pleure de bruit et de fureur (la force c’est bien cela, c’est bien la fureur prisonnière des choses déchaînées), se transforme : le principe des vitesses virtuelles permet au contraire de thématiser la physique mathématique ou la mécanique sous forme d’un équilibre entre les travaux d’inertie et les travaux des forces extérieures. L’enchantement du virtuel est un enchantement qui contourne la magie. La force, c’était comme si les objets possédaient encore de par eux-mêmes toute une puissance occulte, un être qui se manifestait, alors que le virtuel évite ça. Effectivement, si on essaye de penser d’une façon purement métaphysique, quand on disloque

7. Par définition du fascisme comme prestation volontariste.

Aristote, quand il n’y a pas de théologie, on retourne à la magie, les objets sont mûs par quelque chose de terrifiant. Ainsi s’explique l’hostilité à Galilée. Car si l’univers n’est pas mathématisable, il ne peut être que magique ou théologique. Il n’y a pas tellement de choix. On ne dit jamais cela, mais c’est ce qui est important. Là quelque chose a basculé, qui est gigantesque.

❑